А.О.Камінський [1], **М.В.Дудик** [2], **В.М.Феньків** [2]

ПРО ЗРУШЕННЯ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ З КОНТАКТОМ БЕРЕГІВ ВІД КУТОВОЇ ТОЧКИ ЛАМАНОЇ МЕЖІ РОЗДІЛУ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ,
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: dfm11@ukr.net
[2]Уманський державний педагогічний університет ім. Павла Тичини,
вул. Садова, 2, 20300, Умань, Україна; e-mail: dudik_m@hotmail.com

Abstract. Under conditions of planar deformation, the solution of the problem of calculating the parameters of a small-scale failure zone in a bonding material at the end of an interfacial crack with a tip at the angular point of the polygonal interface of a piecewise homogeneous body is found using the Wiener-Hopf method. The dry friction is implied as an interaction law between the crack faces. The failure zone is modeled by the normal displacement discontinuity line, at which the normal stress is equal to the tensile strength of the bonding material. Expressions are obtained for the length of the failure zone, the crack opening and the local stress field near the tip. A mechanism for the initial crack evolution has been proposed, which involves the formation of a microcrack in part of the failure zone and its merging with the initial crack with increasing load. Numerical analysis of the dependence of the parameters of the failure zone, microcrack, and limiting load on the load and parameters of the composite body is performed.

Key words: corner point of interface, interfacial crack, contact of the faces with friction, failure zone, microcrack, crack starting.

Вступ.

В механіці руйнування кусково-однорідних тіл у 60-х роках минулого століття однією з перших була досліджена модель розкритої міжфазної тріщини як математичного розрізу з вільними від навантаження берегами [12, 13, 29, 34]. Її основним недоліком став висновок про осциляційну залежність переміщень берегів тріщини від відстані до вершини, що передбачає фізично неможливий взаємний перетин берегів. Це зумовило певні труднощі із коректним застосуванням критеріїв лінійної механіки руйнування до моделей даного типу [17].

Слід також зауважити, що поруч з розглядом тріщин нормального відриву та зсуву в роботах [4, 15, 16] були розглянуті проблеми руйнування кусково-однорідних тіл при стиску вздовж міжфазних тріщин, що призводить до втрати локальної стійкості в околі тріщин.

Альтернативна модель міжфазної тріщини з контактом прилеглої до вершини частини берегів, розвинута у роботах [3, 5, 6, 11, 18], дозволила уникнути вищезгаданого недоліку моделі розкритої тріщини. Однак в ній зберігалась степенева особливість напружень біля вершин, що означало наявність передумов для подальшого поширення тріщини. Однією з таких передумов є зародження біля вершини міжфазної тріщини, як концентратора напружень, зони передруйнування (failure zone) – області незворотних деформацій матеріалу, яка характеризується пластичною течією матеріалу, підвищеним рівнем утворення дислокацій, пор, мікротріщин та інших мікродефектів структури. Розрахунки параметрів зон передруйнування біля концентраторів напружень стали невід'ємною частиною досліджень структурної цілісності інженерних конструкцій і механізмів [21, 24, 25].

Більшість опублікованих робіт з визначення параметрів зон передруйнування у кусково-однорідному тілі стосується тріщин на плоскій межі розділу [2, 19, 20, 22, 27, 30, 31, 33]. Через складність визначальних рівнянь нелінійної механіки руйнування, яка базується на припущені про значний вплив процесів передруйнування на напружено-деформований стан тіла, відповідні дослідження виконувались або за допомогою чисельних методів, або з прийняттям певних модельних спрощень.

Проте, у будові сучасних промислових виробів, будівельних матеріалів і конструкцій, композитів з гранульованими наповнювачами, гірських порід тощо нерідко зустрічаються міжфазні тріщини, розташовані на ламаній межі розділу. Для такої конфігурації кусково-однорідних тіл в роботах [7 – 9] були виконані дослідження різних моделей зон передруйнування біля вершини розкритої міжфазної тріщини, яка співпадає з кутовою точкою ламаної межі розділу.

Однак слід зазначити, що на широкому інтервалі кутів зламу показник сингулярності напружень біля вершини розкритої тріщини на ламаній межі розділу виявляється комплексним [7, 32], що передбачає фізично неможливі осциляції берегів тріщини і необхідність звернення до контактної моделі типу Комніноу у випадку немалих розмірів області контакту берегів. Зокрема, в [1, 26] виконано розрахунок напружено-деформованого стану міжфазних зсувних тріщин з повністю контактуючими без тертя берегами, що виходять з кутової точки ламаної межі розділу двох різних матеріалів. В [1] зроблено висновок, що для міжфазних тріщин малих розмірів у випадку повного гладкого контакту берегів їх рівновага є нестійкою та передбачає їх подальший розвиток. У зв'язку з цим, у продовження робіт [1, 7 – 9, 26], в даній статті досліджується початковий етап зрушення тріщини з контактуючими берегами від кутової точки ламаної межі розділу двох різних однорідних ізотропних матеріалів, який вбачається в утворенні маломасштабної зони передруйнування на продовженні тріщини у з'єднувальному матеріалі з подальшим розривом міжчастинкових зв'язків у зоні та появою в ній мікротріщини, що збільшується за розмірами при зростанні навантаження аж до злиття з початковою тріщиною. Метою роботи є розрахунок параметрів зони передруйнування і мікротріщини та граничного навантаження, яке відповідає старту тріщини.

§1. Постановка задачі.

Для дослідження початкового етапу зрушення міжфазної тріщини в умовах плоскої деформації знайдемо розв'язок задачі про розрахунок параметрів маломасштабної зони передруйнування біля вершини тріщини, яка співпадає з кутовою точкою ламаної межі розділу двох різних однорідних ізотропних пружних матеріалів з модулями Юнга E_1, E_2 і коефіцієнтами Пуассона ν_1, ν_2, відповідно, при куті зламу межі розділу, що дорівнює α. Вважаємо, що з'єднувальний матеріал є менш тріщиностійким, ніж матеріали з'єднуваних частин тіла, тому поширення тріщини відбувається у з'єднувальному матеріалі за крихким механізмом. Нехтуючи товщиною шару з'єднувального матеріалу, моделюватимемо зону передруйнування у ньому відрізком прямої лінії, на якому нормальне переміщення зазнає розриву, а нормальне напруження дорівнює опору відриву з'єднувального матеріалу σ_0. Припускаючи наявність контакту берегів біля вершини тріщини, область контакту моделюємо розрізом, береги якого взаємодіють за законом сухого тертя з коефіцієнтом тертя μ.

На досліджуваному етапі розміри зони передруйнування є малими, тому її довжину l вважаємо набагато меншою порівняно з довжинами тріщини L та області контакту s. Це дозволяє обмежитися вивченням напружено-деформованого стану лише в околі вершини і звести вихідну задачу до задачі про розрахунок параметрів маломасштабної зони передруйнування у з'єднувальному матеріалі в кусково-однорідній площині біля вершини півнескінченної міжфазної тріщини з контактуючими берегами, яка співпадає з кутовою точкою ламаної межі розділу (рис. 1).

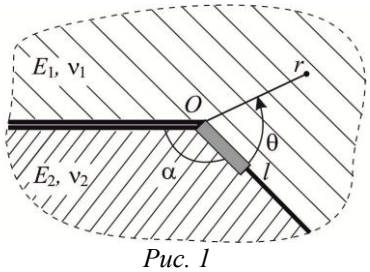


Рис. 1

Враховуючи прийняті вище припущення, приходимо до статичної крайової задачі теорії пружності з граничними умовами

$$\theta = 0: \ <\sigma_\theta>=<\tau_{r\theta}>=0; \ <u_r>=0;$$
$$\theta = -\alpha \bigcup (2\pi - \alpha): \ <\sigma_\theta>=<\tau_{r\theta}>=0; \ <u_\theta>=0, \ \tau_{r\theta} = -\mu\sigma_\theta; \tag{1.1}$$

$$\theta = 0, \quad r < l: \sigma_\theta = \sigma_0; \quad \theta = 0, \quad r > l: \ <u_\theta>=0 \tag{1.2}$$

($< f >$ – стрибок величини f).

Для формулювання умови на нескінченності використовуємо метод зрощування асимптотичних розвинень, який передбачає перехід на відстанях $l \ll r \ll s$ шуканого розв'язку у відомий розв'язок аналогічної задачі теорії пружності без зони передруйнування [23]:

$$\theta = 0, \ r \to \infty: \ \sigma_\theta = CF(e, \kappa_1, \kappa_2, \alpha, \mu) r^\lambda + o\left(\tfrac{1}{r}\right);$$

$$F(e,\kappa_1,\kappa_2,\alpha,\mu) = (1-e)^2 f_1 + (1-e)(1+\kappa_2) f_2 + \tag{1.3}$$

$$+e(1-e)(1+\kappa_2) f_3 + e(1+\kappa_1)(1+\kappa_2) f_4 + e^2 (1+\kappa_2)^2 f_5;$$

$$f_1 = -4\mu\delta_{11} t_1; \quad f_2 = 4t_1[\cos\lambda\beta - \mu\sin(\lambda+2)\beta];$$

$$f_3 = \delta_{11}\delta_{32} - 2\lambda\delta_{22}\delta_1(\beta) + \mu\left[(\lambda+2)\delta_{12}\delta_{31} + 2\delta_{21}\delta_1(\beta) + 4\delta_{11}\delta_1(\alpha)\right];$$

$$f_4 = 2\sin\lambda\pi\Big[2\sin\lambda(\pi-\alpha)\delta_1(\alpha) - \delta_{31}\cos\lambda(\pi-\alpha) +$$

$$+\sin(\lambda+2)\beta\left[\delta_{23}\sin\lambda(\pi-\alpha) + \lambda\delta_{22}\cos\lambda(\pi-\alpha) - 2\mu\delta_2\right]\Big];$$

$$f_5 = 4\sin\lambda\pi\delta_2\left[\cos(\lambda+2)\alpha + \mu\sin(\lambda+2)\alpha\right];$$

$$t_1 = (\lambda+1)^2\sin^2\alpha - \sin^2(\lambda+1)\alpha;$$

$$\delta_{11} = \lambda\sin(\lambda+2)\beta - (\lambda+2)\sin\lambda\beta; \ \delta_{12}(\lambda) = \cos\lambda\beta - \cos(\lambda+2)\beta;$$

$$\delta_{21} = \lambda\sin(\lambda+2)\alpha - (\lambda+2)\sin\lambda\alpha; \ \delta_{22}(\lambda) = \cos\lambda\alpha - \cos(\lambda+2)\alpha;$$

$$\delta_{23} = (\lambda+2)\sin(\lambda+2)\alpha - \lambda\sin\lambda\alpha;$$

$$\delta_{31}(\lambda) = -(\lambda+1)\sin 2\alpha + \sin 2(\lambda+1)\alpha; \ \delta_{32}(\lambda) = (\lambda+1)\sin 2\alpha + \sin 2(\lambda+1)\alpha;$$

$$\delta_1(x) = (\lambda+1)\sin^2 x + \sin^2(\lambda+1)x;$$

$$\delta_2 = (\lambda+1)\sin\alpha\cos(\lambda\pi+\alpha) - \sin(\lambda+1)\alpha\cos[(\lambda+1)\alpha - \lambda\pi];$$

$$\beta = 2\pi - \alpha; \quad e = \frac{E_1}{E_2}\frac{1+\nu_2}{1+\nu_1}; \ \kappa_{1(2)} = 3 - 4\nu_{1(2)}.$$

У цих формулах λ – показник сингулярності напружень, що визначається як найменший на інтервалі (–1, 0) корінь характеристичного рівняння задачі: