УДК 37.016:51]:004.77](045)

https://doi.org/10.52058/2786-6165-2025-3(33)-1049-1061

Колмакова Віра Олексіївна старший викладач кафедри інформатики і інформаційно-комунікаційних технологій, Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, м. Умань, https://orcid.org/0000-0001-5414-0939

Рудницький Сергій Олександрович старший викладач кафедри вищої математики та методики навчання математики, Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, м. Умань, ttps://orcid.org/0000-0001-7798-5715

Шаров Сергій Володимирович кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри комп'ютерних наук, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, м. Запоріжжя, https://orcid.org/0000-0001-5732-9980

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ СИМУЛЯЦІЙ ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Анотація. У статті аналізуються можливості комп'ютерних симуляцій, що можна використовувати під час викладання математичних дисциплін. Наголошується на важливості математичних знань для технологічного розвитку суспільства, оскільки вони є основою для розробки ефективних алгоритмів, аналізу даних та оптимізації обчислювальних процесів. Зазначається, що комп'ютерні симуляції допомагають здобувачам освіти візуалізувати складні математичні поняття, досліджувати рівняння та формули, розв'язувати математичні задачі тощо. Висвітлено основні переваги використання комп'ютерних симуляцій в освітньому процесі, зокрема під час вивчення математичних дисциплін. Наголошено на основних відмінностях між динамічною демонстрацією та комп'ютерною симуляцією. Зазначається, що динамічна демонстрація надає можливість пасивно спостерігати за математичним процесом. Водночас, комп'ютерна симуляція передбачає активну роботу здобувача освіти, динамічну зміну параметрів симуляції та дослідження їх впливу на модель. Висвітлено призначення окремих програмних продуктів та онлайн сервісів для створення динамічних 3D-моделей. Зазначається, що вони відрізняються графічним інтерфейсом користувача, навчальним змістом, інструментарієм

для створення динамічних симуляцій. Продемонстровано можливості онлайн середовища PhET під час пояснення теми «Ряди Фур'є» на прикладі утворення «об'єднаної» хвилі за декількома гармонійними функціями. Продемонстровано використання онлайн ресурсу VisuAlgo під час вивчення теми «Алгоритми на графах».

Ключові слова: математичні поняття, інформаційні технології, комп'ютерні симуляції, PhET, VisuAlgo.

Kolmakova Vira Oleksiivna Senior Lecturer of the Department of Computer Science, Information and Communication Technologies, Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Uman, https://orcid.org/0000-0001-5414-0939

Rudnytskyi Serhii Oleksandrovych Senior Lecturer of the Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Uman, https://orcid.org/0000-0001-7798-5715

Sharov Sergii Volodymyrovych PhD of Pedagogical Sciences, Associate professor, Head of the Department of Computer Science, Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University, Zaporizhzhia, https://orcid.org/0000-0001-5732-9980

USE OF COMPUTER SIMULATIONS IN TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES

Abstract. The article analyzes the possibilities of computer simulations that can be used when teaching mathematical disciplines. The importance of mathematical knowledge for the technological development of society is emphasized, since they are the basis for the development of effective algorithms, data analysis and optimization of computational processes. It is noted that computer simulations help students visualize complex mathematical concepts, explore equations and formulas, solve mathematical problems, etc. The main advantages of using computer simulations in the educational process are highlighted, in particular when studying mathematical disciplines. The main differences between dynamic demonstration and computer simulation are emphasized. It is noted that dynamic demonstration provides an opportunity to passively observe the mathematical process. At the same time, computer simulation involves active work of the student, dynamic change of simulation parameters and study of their impact on the model. The purpose of individual software products and online services for creating dynamic 3D models is highlighted. It is noted that they differ in graphical user interface, educational

content, and tools for creating dynamic simulations. The capabilities of the PhET online environment are demonstrated when explaining the topic “Fourier Series” using the example of the formation of a “combined” wave by several harmonic functions. The use of the VisuAlgo online resource is demonstrated when studying the topic “Algorithms on graphs”.

Keywords: mathematical concepts, information technologies, computer simulations, PhET, VisuAlgo.

Постановка проблеми. Значення математичних знань у технологічному розвитку суспільства неможливо переоцінити. Вони є основою для розробки ефективних алгоритмів, аналізу даних та оптимізації обчислювальних процесів. Використання математичних методів дозволяє вирішувати складні задачі, пов’язані з моделюванням, обробкою інформації, прогнозуванням тощо. Зокрема, теорія чисел і абстрактна алгебра є фундаментом криптографії, що забезпечує безпеку даних та захист інформації. Аналітична геометрія та лінійна алгебра широко використовуються для побудови тривимірної графіки та векторного моделювання, що є невід’ємною частиною комп’ютерної анімації та розробки ігрових додатків. Теорія ймовірностей та математичний аналіз використовуються в штучному інтелекті, що надає можливість розробляти інтелектуальні системи, що здатні до самонавчання та аналізу великих обсягів даних. Саме тому, що математичні методи використовуються в різних галузях науки, як природничо-наукового так і гуманітарного спрямування, їх можна вважати універсальними методами пізнання [1].

Математичні знання та компетентності відіграють важливу роль у підготовці майбутніх фахівців у галузі комп’ютерних та технічних наук, які є рушіями технологічного розвитку суспільства. Формування математичних комптентностей та знань у вищій школі реалізується через вивчення переліку дисциплін, визначених освітньою програмою конкретної спеціальності. Водночас, вивчення математичних дисциплін є доволі складним процесом, що викликає деяке занепокоєння у науковців та методистів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для більш глибокого вивчення математичних дисциплін та заохочення здобувачів вищої освіти до цього процесу науковці радять використовувати широкий спектр інформаційно-комунікаційних технологій. На думку Ю. Жданової [2] та інших вчених, використання сучасних мультимедійних технологій дозволяє зробити складний теоретичний матеріал більш зрозумілим для здобувачів вищої освіти. Використання в презентаціях діаграм, таблиць, інтерактивних анімацій тощо сприяє кращому засвоєнню абстрактних математичних понять і допомагає встановити зв’язки між теорією та її

практичним застосуванням. У роботі [3] досліджуються можливості освітніх онлайн ресурсів для вивчення дискретної математики, зокрема теорії графів.

Ефективним підходом для вивчення математичних дисциплін є метод динамічної візуалізації, можливості якого розглянуті у роботах зарубіжних науковців L. Moreno-Armella [4], N. Ali [5] та вітчизняних дослідників, зокрема І. Шевченко, О. Семеніхіної, М. Друшляк та ін. Для реалізації цього методу використовуються різноманітні онлайн сервіси та програми-симулятори. Зокрема, це GeoGebra (платформа, що пропонує інтерактивні інструменти для вивчення різних розділів математики), VisualPDE (онлайн сервіс для побудови математичних симуляцій), Desmos (онлайн-калькулятор і графічний редактор, що дозволяє будувати графіки функцій і досліджувати їхні властивості), Gizmos (вебресурс для створення інтерактивних симуляцій STEM), PhET (онлайн платформа для створення симуляції з різних галузей науки, у тому числі з математики) тощо.

Як наслідок, можливості різних онлайн платформ та програмних засобів висвітлені у дослідженнях різних науковців. Зокрема, у роботі [6] досліджується інтерактивне середовище VisualPDE та пропонуються приклади його використання в освітньому процесі. Доволі відомим та ефективним інструментом для вдосконалення математичної освіти на різних рівнях є GeoGebra, на перевагах якої акцентує увагу Ю. Ботузова [7]. Цей програмний комплекс приваблює безкоштовністю, можливістю створення інтерактивних навчальних матеріалів, наявністю широкого функціоналу для візуалізації та дослідження математичних об’єктів. Можливості інструментів Phet.Colorado досліджували зарубіжні (E. B. Moore [8], W. Adams та ін.) та вітчизняні (Г. Окрепка [9], Ю. Мельник, М. Мястковська та ін.) дослідники. Науковці A. Lahlali та ін. [10] встановили, що здобувачі освіти експериментальної групи, які вивчали хімію за допомогою візуальних симуляцій PhET, показали значно вищі результати тестування, ніж здобувачі освіти контрольної групи. Дослідники K.K.R. Hensberry та ін. [11] звернули увагу на теоретичні перспективи проекту PhET, висвітлили ефективні підходи до використання симуляцій PhET для опанування математичних знань.

Незважаючи на численні дослідження, що стосуються використання програмних засобів для візуальної симуляції явищ та процесів, в контексті математичних знань дана проблема досі залишається невирішеною. Аналіз науково-методичних праць дав змогу виявити, що дослідники приділяють багато уваги можливостям програм-симуляторів, але прикладів застосування програм такого типу при викладанні математичних дисциплін недостатньо.

Мета статті полягає у висвітленні прикладів використання інтерактивних комп'ютерних симуляторів на прикладі PhET та Visualgo для підвищення пізнавального інтересу здобувачів вищої освіти до вивчення математичних дисциплін.

Виклад основного матеріалу. Забезпечення наочності у викладанні математичних дисциплін відіграє важливу роль у підвищенні ефективності освітнього процесу. Відомо, що візуалізація інформації покращує сприйняття здобувачами вищої освіти навчальної інформації та робіть освітній процес більш ефективним [12]. Використання мультимедійних засобів дозволяє урізноманітнити форми подання навчального матеріалу, зробити його інтерактивним та адаптованим до рівня навчальної підготовки здобувачів вищої освіти. Зазначена тенденція стосується і викладання математичних дисциплін, що відображено у роботі І. Шевченко [13]. Водночас, динамічна візуалізація математичних процесів, наприклад, побудова графіків функцій у динамічному режимі або моделювання геометричних об'єктів у 3D-середовищі, спрощує розуміння складних тем та абстрактних понять.

Під навчальними комп'ютерними або онлайн-симуляціями з математики будемо розуміти інтерактивні програмні засоби або онлайн платформи, що використовуються для вивчення математичних концепцій і процесів через віртуальні моделі та інтерактивні вправи. Ці симуляції допомагають здобувачам освіти візуалізувати складні математичні поняття, досліджувати рівняння та формули, розв'язувати задачі, при цьому отримувати миттєвий зворотній зв'язок. В контексті освітнього процесу до основних переваг комп'ютерних онлайн-симуляцій з математики слід віднести наступні:

– забезпечення інтерактивності є основною перевагою даного типу програмних продуктів. Наприклад, здобувачі освіти можуть динамічно змінювати значення заданих параметрів модулі з отриманням миттєвого результату, застосовувати до задачі різні способи розв'язання;

– візуалізація абстрактних понять надає можливість унаочнити складні математичні явища та процеси. Наприклад, симуляції можуть показати, як змінюється графік функції при зміні її параметрів або як виглядають геометричні фігури в тривимірному просторі;

– оперативний зворотній зв'язок полягає у можливості програм-симуляторів миттєво обчислювати результати при зміні значень параметрів. Це дозволяє вчитися на помилках без негативних наслідків та більш глибоко пропрацювати навчальний матеріал;

– навчання через експериментальну діяльність. Для багатьох здобувачів освіти просте заучування програмного матеріалу з дисципліни,

що містить абстрактні поняття та обчислення, є доволі складним когнітивним процесом. Комп'ютерні симуляції надають можливість замість простого запам'ятовування формул експериментувати з різними математичними ситуаціями та таким чином краще запам'ятовувати навчальний матеріал;

– перевага доступності пояснюється тим, що більшість онлайн-симуляторів безкоштовні або мають невелику вартість. Крім того, вони виконуються у звичайному онлайн браузері, що надає можливість суттєво збільшити цільову аудиторію.

Зауважимо, що і математична симуляція, і динамічна демонстрація для пояснення навчального матеріалу використовують візуалізацію інформації та інтерактивні елементи. Однак це різні підходи до пояснення математичних концепцій, що мають певні відмінності (таблиця 1).

Таблиця 1

Відмінності між комп'ютерною симуляцією та динамічною демонстрацією

Комп'ютерна симуляція	Динамічна демонстрація
має високий рівень взаємодії та інтерактивності	має мінімальний рівень взаємодії та інтерактивності
дозволяє користувачу проводити експерименти з математичними моделями	не передбачає активного втручання користувача у модель
дозволяє змінювати параметри та спостерігати за результатами	дозволяє спостерігати за процесом без можливості зміни параметрів, або лише мінімально впливати на параметри
надає можливість досліджувати симуляцій, проводити їх тестування за різними сценаріями	надає можливість ілюструвати та пояснювати конкретну математичну концепцію

Зазвичай, динамічна демонстрація надає можливість пасивно спостерігати за математичним процесом і розуміти його основи. На відміну від демонстрації, комп'ютерна симуляція передбачає допущення помилок в процесі роботи симуляції як природна складова процесу навчання. Тому ефективна симуляція в навчанні математики передбачає не стільки демонстрацію точності рішення, скільки створення віртуального середовища для експерименту, адаптації та аналізу наслідків дій здобувача освіти.

Слід зазначити, що комп'ютерні симуляції відіграють важливу роль у STEM-освіті, оскільки дозволяють проводити експерименти та моделювати реальні математичні, фізичні, технічні та інші процеси у віртуальному середовищі. Завдяки комп'ютерним симуляціям здобувачі освіти можуть вивчати складні, іноді небезпечні явища без необхідності проведення

дорогих або небезпечних експериментів на обладнанні, доступ до якого іноді може бути обмежений або взагалі відсутній. Вони використовують комп'ютерну модель для пошуку аналітичних рішень поставленої задачі та передбачення поведінки реальної системи на основі набору параметрів [5]. У процесі роботи з комп'ютерними симуляціями здобувачі вищої освіти розвивають дослідницьку компетентність у різних природничих та математичних напрямках, навички моделювання явищ та процесів [14].

Взагалі, метод математичного моделювання вважається важливим елементом у процесі проведення досліджень у будь-якій галузі, оскільки він описує взаємозв'язок кількісних характеристик змодельованого об'єкту або явища. А застосування методів математичного моделювання у поєднанні з комп'ютерними програмами тільки розширюють діапазон їх застосування [1]. В контексті нашого дослідження зазначимо, що 3D-моделювання є важливим напрямком застосування комп'ютерних симуляцій. Тривимірні цифрові об'єкти, побудовані за допомогою 3D-моделювання, часто є віртуальним відображенням реальних об'єктів та процесів, що мають певні характеристики (фізичні, хімічні тощо). Як наслідок, 3D-моделювання широко використовується для конструювання механізмів, розробки архітектурних проектів, візуалізації молекулярних структур та проектування електронних схем.

Для створення комп'ютерних симуляцій та 3D-моделей можна використовувати різні програмні комплекси та онлайн сервіси. Наприклад, використання AutoCAD в освітньому процесі дозволить інтегрувати математику, інформатику та геометрію при побудові моделі, сформувати у здобувачів освіти розуміння технологічного процесу побудови тривимірного об'єкту [15], тощо. Досить відомою онлайн платформою для вивчення природничих наук через використання інтерактивних симуляцій є PhET. Саме завдяки інтерактивним симуляціям дана безкоштовна онлайн платформа стала популярною серед викладачів та здобувачів вищої освіти. Проект PhET надає набір інтерактивних симуляцій, які забезпечують вивчення науково-математичного вмісту математики шляхом дослідження. Крім того, даний онлайн сервіс можна використовувати не лише для розуміння абстрактних математичних понять або явищ, а й залучати здобувачів освіти до наукових досліджень [9].

До основних переваг PhET можна віднести наступні:

– візуалізація явищ, що дозволяє зрозуміти складні концепції через інтерактивні моделі;

– міждисциплінарний підхід, оскільки PhET можна використовувати при вивченні фізики, математики, біології та інших природничих дисциплін;

– доступність, оскільки онлайн платформа працює в Інтернет броузері або мобільному пристрої, постійно оновлюється та збагачується

новими функціями, зокрема навігацією з клавіатури, звуковими описами та озвученням [8]

– можливості онлайн платформи доступні користувачам на безкоштовній основі.

Розглянемо декілька прикладів використання онлайн сервісів для вивчення окремих розділів математики. Зокрема, середовище PhET можна фрагментарно використовувати під час пояснення теми «Ряди Фур'є». Здобувачам освіти пропонується поєднати метод гейміфікації та комп'ютерну симуляцію та створити гру на утворення однієї «об'єднаної» хвилі за декількома гармонійними функціями (рис. 1).



Рис. 1. Вдала спроба «гри у хвилю» за трьома гармонійними функціями

Після отримання хвилі за знайденими у грі амплітудами здобувачі вищої освіти продовжують її досліджувати та отримують математичну модель хвилі – формулу дискретного ряду Фур'є (рис. 2).

Завдяки інтерактивним симуляціям PhET можна краще зрозуміти важливість рядів Фур'є як універсального інструмента для опису складних періодичних процесів. Здобувачі вищої освіти можуть побачити, як ряди Фур'є застосовуються для вирішення завдань у різних наукових напрямках, від фізики хвиль до акустики та аналізу сигналів. За допомогою PhET вони навчаються описувати звук за допомогою синусоїдальних хвиль та співвідносити математичний запис ряду Фур'є з його графічним зображенням. Водночас, відбувається реалізація міжпредметних зв'язків фізика – інформатика – математика та навіть музика. З цією метою під час створення

ігрових вправ щодо створення аудіо-фрагменту (запис голосу або гри на музичному інструменті) у вигляді хвилі можна скористатися безкоштовними онлайн сервісами WaveVisual або ChromeMusicLab.



Рис. 2 Дискретний ряд Фур'є у вигляді формули для відповідного графіка

При викладанні курсу «Основи теорії графів», зокрема вивченні теми «Алгоритми на графах» під час практичних занять ми пропонуємо поєднувати метод групової роботи з використанням онлайн ресурсу VisuAlgo (https://visualgo.net). Даний безкоштовний онлайн сервіс містить інтерактивні симуляції важливих структур та математичних алгоритмів, зокрема розуміння масиву, черги, бінарного дерева, графа тощо.

Під час занять здобувачам вищої освіти пропонується завдання щодо **пошуку на графах. Його виконання передбачає виконання декількох етапів:**

1. Розподіл здобувачів вищої освіти на чотири групи. При цьому дві групи працюють з алгоритмом пошуку в глибину (DFS), а дві інші використовують алгоритм пошуку в ширину (BFS).

2. Видача завдання, що полягає у створенні графу з кількома вершинами через використання циклів або без них. Кожна група отримує персональне завдання:

– перша група здійснює пошук у глибину для графу без циклів і записує порядок відвідуваних вершин;

– друга група здійснює пошук у глибину для графу з циклами і записує порядок відвідуваних вершин;

– третя група здійснює пошук у ширину для графу без циклів і записує порядок відвідуваних вершин;

– четверта група здійснює пошук у ширину для графу з циклами і записує порядок відвідуваних вершин.

3. Демонстрація групами виконаного завдання. На цьому етапі кожна група повинна презентувати шлях проходження заданого графа, а також визначити та обговорити особливості, переваги та недоліки кожного алгоритму.

Слід зазначити, що робота в групах із можливістю застосування симуляцій стимулює активне навчання здобувачів освіти, сприяє розвитку як технічних, так і соціальних навичок, дозволяє швидко адаптуватися до змінних умов та приймати обґрунтовані рішення. Під час групової роботи здобувачі вищої освіти розподіляють між собою ролі та окремі підзадачі, застосовують активні методи навчання, зокрема мозковий штурм. Все це допомагає їм краще підготуватися до реальних ситуацій у професійній діяльності.

Висновки. Таким чином, математичні знання є теоретичною основою та практичним інструментом для розвитку інноваційних технологій, а математичні компетентності – необхідною складовою сучасного фахівця з технічних та фізико-математичних наук.

Сучасна математична освіта значною мірою спирається на використання спеціалізованих програмних продуктів, що дозволяють візуалізувати складні поняття, виконувати складні розрахунки та моделювати математичні процеси. Інтеграція комп’ютерних симуляцій із 3D-моделюванням у процес вивчення математичних дисциплін сприяє розвитку просторового мислення, покращенню технічних навичок і дозволяє навчатися через практичний досвід, що особливо важливо для підготовки фахівців у технічних і природничих науках.

Проведений аналіз досліджень, присвячених можливостям використання онлайн-симуляторів при викладанні математичних дисциплін, показало, що інтерактивні програми різняться за зручністю та доступністю графічного інтерфейсу, технічними характеристиками. При цьому вони позитивно впливають на сприйняття навчального матеріалу, допомагають візуально здійснювати перевірку сформульованих гіпотез, досліджувати інтеграцію математики в інші дисципліни. Було продемонстровано приклади застосування онлайн сервісів PhET під час пояснення теми «Ряди Фур’є» та онлайн ресурсу VisuAlgo під час вивчення теми «Алгоритми на графах».

Враховуючи важливість застосування ігрових комп’ютерних симуляцій під час вивчення математичних дисциплін, у перспективних

дослідженнях планується розглянути можливості онлайн ресурсу https://medmunds.github.io під час вивчення курсі «Основи теорії графів». Ресурс має цікаві головоломки, що можна використовувати на етапі вивчення нової теми або у позааудиторній роботі (гуртки, інтелектуальні змагання тощо).

Література:

1. Капітан Т.А. Місце й роль інформаційних освітніх технологій в підготовці майбутніх учителів математики та інформатики. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*. 2024. № 214. С. 170–176.

2. Жданова Ю.Д., Шевченко С.М., Шевченко Г.В. Усвідомлення абстрактності через прикладну спрямованість дискретної математики. *Матеріали V Міжнар. наук.-практ. конф. «Математика в сучасному технічному університеті»* (29-30 грудня 2016 р., м. Київ). С. 147–149.

3. Рудницький С.О., Колмакова В.О., Шаров С.В. Проектна діяльність у курсі дискретної математики з використанням інформаційних технологій. *Вісник науки та освіти*. 2024. № 5(23). С. 1386–1399.

4. Moreno-Armella L., Hegedus S.J., Kaput J.J. From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*. 2008. № 68(2). Pp. 99–111.

5. Ali N., Ullah S., Khan D. Interactive Laboratories for Science Education: A Subjective Study and Systematic Literature Review. *Multimodal Technologies and Interaction*. 2022. № 6(10). Pp. 1–34.

6. Walker B.J., Townsend A.K., Chudasama A. K., Krause A.L. VisualPDE: Rapid Interactive Simulations of Partial Differential Equations. *Bulletin of Mathematical Biology*. 2023. № 85(11). Pp. 1-24.

7. Ботузова Ю.В. Динамічні моделі GeoGebra на уроках математики як основа STEM-підходу. *Фізико-математична освіта*. 2018. № 3(17). С. 31–35.

8. Moore E.B., Perkins K.K. Advances in PhET interactive simulations: Interoperable and accessible. *Cyber-Physical Laboratories in Engineering and Science Education*. 2018. Pp. 141–162.

9. Окрепка Г. Використання віртуальних тренажерів PhET–Interactive Simulation при викладанні загальної хімії фармацевтам у закладах вищої освіти. *Освітологічний дискурс*. 2020. № 3. С. 206–219.

10. Lahlali A. et al. The Effect of Integrating Interactive Simulations on the Development of Students' Motivation, Engagement, Interaction and School Result. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*. 2023. № 18(12). Pp. 193–207.

11. Hensberry K.K.R. et al. PhET interactive simulations: New tools to achieve common core mathematics standards. *Common Core Mathematics Standards and Implementing Digital Technologies*. 2013. Pp. 147–167.

12. Шаров С., Шарова Т. Візуалізація навчального матеріалу в умовах дистанційного навчання. *Зб. тез. міжнар. наук. конф. «Українська словесність у полікультурно-освітньому просторі сьогодення»* (23-24 вересня 2021 р., м. Одеса). С. 165–169.

13. Шевченко І. Приклади візуалізації у навчанні математики. *Фізико-математична освіта*. 2014. № 2(3). С. 65–78.

14. Бахмат Н.В., Романяк М.М. Сучасні тенденції викладання природничих дисциплін у закладах фахової передвищої та вищої освіти. Академічні візії. 2024. № 30. С. 1–13.

15. Derevyanchuk O. et al. Implementation of the STEM project “modeling of spatial images of stellated Poyhedra” in the professional training of future vocational education teachers. *Edelweiss Applied Science and Technology*. 2024. № 9(1). Pp. 89–105.

References:

1. Captain T.A. (2024) Mistse y rol informatsiinykh osvitnikh tekhnolohii v pidhotovtsi maibutnikh uchyteliv matematyky ta informatyky [The place and role of information educational technologies in the training of future teachers of mathematics and computer science]. *Naukovi zapysky. Seriia: Pedahohichni nauky – Scientific notes. Series: Pedagogical sciences, 214*, 170-176 [in Ukrainian].

2. Zhdanova Yu.D., Shevchenko S.M., Shevchenko H.V. (2016). Usvidomlennia abstraktnosti cherez prykladnu spriamovanist dyskretnoi matematyky [Awareness of abstractness through the applied focus of discrete mathematics]. *Proceedings from V Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia «Matematyka v suchasnomu tekhnichnomu universyteti» – V International Scientific and Practical Conference "Mathematics in a Modern Technical University"* (pp. 147-149). Kyiv [in Ukrainian].

3. Rudnytskyi S.O., Kolmakova V.O., Sharov S.V. (2024). Proektna diialnist u kursi dyskretnoi matematyky z vykorystanniam informatsiinykh tekhnolohii [Project activity in the course of discrete mathematics using information technologies]. *Visnyk nauky ta osvity – Bulletin of Science and Education, 5*(23), 1386-1399 [in Ukrainian].

4. Moreno-Armella L., Hegedus S.J., Kaput J.J. (2008). From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics, 68*(2), 99-111 [in English].

5. Ali N., Ullah S., Khan D. (2022). Interactive Laboratories for Science Education: A Subjective Study and Systematic Literature Review. *Multimodal Technologies and Interaction, 6*(10), 1-34 [in English].

6. Walker B.J., Townsend A.K., Chudasama A.K., Krause A.L. (2023). VisualPDE: Rapid Interactive Simulations of Partial Differential Equations. *Bulletin of Mathematical Biology, 85*(11), 1-24 [in English].

7. Botuzova Yu. (2018). Dynamichni modeli GeoGebra na urokakh matematyky yak osnova STEM-pidkhodu [Geogebra Dynamic Models At The Mathematics Lessons As A Stem-Approach]. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education, 3*(17), 31-35 [in Ukrainian].

8. Moore E. B., Perkins K. K. (2018). Advances in PhET interactive simulations: Interoperable and accessible. *Cyber-Physical Laboratories in Engineering and Science Education*, 141-162 [in English].

9. Okrepka H. (2020). Vykorystannia virtualnykh trenazheriv PhET–Interactive Simulation pry vykladanni zahalnoi khimii farmatsevtam u zakladakh vyshchoi osvity [Using of PhET–interactive simulation in teaching of general chemistry to pharmaceutical students in higher education establishment]. *Osvitolohichnyi dyskurs – Educological discourse, 3*, 206-219 [in Ukrainian].

10. Lahlali A. et al. (2023). The Effect of Integrating Interactive Simulations on the Development of Students’ Motivation, Engagement, Interaction and School Result. *International Journal of Emerging Technologies in Learning, 18*(12), 193-207 [in English].

11. Hensberry K.K.R. et. al. (2013). PhET interactive simulations: New tools to achieve common core mathematics standards. *Common Core Mathematics Standards and Implementing Digital Technologies,* 147-167 [in English].

12. Sharov S., Sharova T. (2021). Vizualizatsiia navchalnoho materialu v umovakh dystantsiinoho navchannia [Visualization of educational material in distance learning environments]. *Proceedings from mizhnarodna naukova konferentsiia "Ukrainska slovesnist u polikulturno-osvitnomu prostori sohodennia" – International scientific conference "Ukrainian literature in the multicultural and educational space of today"* (pp. 165–169). Odesa [in Ukrainian].

13. Shevchenko I. (2014). Pryklady vizualizatsii u navchanni matematyky [Examples of visualization in learning mathematics]. *Fizyko-matematychna osvita – Physics and mathematics education, 2*(3), 65-78 [in Ukrainian].

14. Bakhmat N.V., Romaniak M.M. (2024). Suchasni tendentsii vykladannia pryrodnychykh dystsyplin u zakladakh fakhovoi peredvyshchoi ta vyshchoi osvity. [Modern trends in science teaching disciplines in vocational pre-university and higher education institutions]. *Akademichni vizii – Academic visions, 30,* 1-13 [in Ukrainian].

15. Derevyanchuk O. et al. (2024). Implementation of the STEM project "modeling of spatial images of stellated Poyhedra" in the professional training of future vocational education teachers. *Edelweiss Applied Science and Technology*, *9*(1), 89-105 [in English].