НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ
ім. Я. С. ПІДСТРИГАЧА

МАТЕМАТИЧНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ НЕОДНОРІДНИХ СТРУКТУР

ВИПУСК 6

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

ЗА ЗАГАЛЬНОЮ РЕДАКЦІЄЮ
АКАДЕМІКА НАН УКРАЇНИ
Р.М. КУШНІРА

ТА ЧЛЕНА-КОРЕСПОНДЕНТА НАН УКРАЇНИ
Ю.В. ТОКОВОГО

ЛЬВІВ – 2024

Математичні проблеми механіки неоднорідних структур:збірник наукових праць 11-ї Міжнародної наукової конференції / за заг. ред. Р.М. Кушніра і Ю.В. Токового // Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2024. – Вип. 6. – 222 с.

Збірник містить наукові праці, присвячені актуальним проблемам математичного моделювання у механіці деформівних твердих тіл, математичних методів механіки та термомеханіки, механіки неоднорідних тіл, метаматеріалів та наноструктур, механіки контактної взаємодії, тіл з тріщинами та тонкими включеннями, динаміки неоднорідних середовищ, оптимізації та проєктування елементів конструкцій і біомеханічних систем, а також широкого кола питань, пов'язаних з проблемами, які стосуються оборони Держави та відновлення інфраструктури, методів та засобів навчання у галузі механіки та прикладної математики. Вони були предметом обговорення на 11-тій Міжнародній науковій конференції «Математичні проблеми механіки неоднорідних структур», яка проходила 24–26 вересня 2024 р. у Львові в Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України за підтримки Національного комітету України з теоретичної і прикладної механіки, Українського товариства з механіки руйнування матеріалів та Наукового товариства імені Шевченка.

Для наукових працівників, докторантів, аспірантів, магістрів і студентів, які цікавляться означеними вище проблемами.

Редактори:

Роман КУШНІР, Юрій ТОКОВИЙ

Заступники редакторів:

Олександр ГАЧКЕВИЧ, Георгій СУЛИМ

Відповідальні секретарі:

Віра ПАКОШ, Оксана ВОВК

Члени редколегії:

Олександр АНДРЕЙКІВ, Михайло АНДРІЙЧУК, Вячеслав БОГДАНОВ,
Олександр ГРИГОРЕНКО, Мирослав ДЕМИДЮК, Ігор ДМИТРАХ,
Ярослав ЖУК, Володимир ЛОБОДА, Володимир МАКАРОВ,
Михайло МАРЧУК, Валерій МАТУС, Віктор МИХАСЬКІВ,
Володимир НАЗАРЕНКО, Олексій НІКОЛАЄВ, Ярослав ПАСТЕРНАК,
Всеволод ПОПОВ Ярослав П'ЯНИЛО, Ярема РУЩИЦЬКИЙ,
Михайло САВРУК, Євген ЧАПЛЯ Михайло ЯДЖАК

© Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С.Підстригача НАН України, 2024

З М І С Т

Секція «МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ У МЕХАНІЦІ ДЕФОРМІВНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ»

Вайсфельд Наталя, Журавльова Зінаїда: Просторова задача поропружності для півнескінченного клину 19
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0101.pdf

Вайсфельд Наталя, Процеров Юрій, Толкачов Андрій: Осесиметричне поле напружень у пружному просторі зі сферичною порожниною 21
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0102.pdf

Сенченков Ігор, Червінко Ольга: Вібророзігрів твердопаливних двигунів при транспортуванні у вертикальному положенні 23
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0103.pdf

Стеблянко Павло, Петров Олександр, Черняков Юрій: Феноменологічна теорія пластичної течії для матеріалів із зоною плинності 25
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0104.pdf

Чернуха Ольга, Білущак Юрій, Чучвара Анастасія, Білущак Галина: Математичне моделювання процесів перенесення в шарі за наявності експериментальних даних на його поверхнях 27
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0105.pdf

Юрчук Василь: Одна особливість еволюції початкового профілю нелінійно пружних хвиль 29
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0106.pdf

Івасько Роман, Станік-Беслєр Аніда, Івасько Наталія: Математичне моделювання фізико-механічних процесів у шарі за дії струмів, періодичних відносно поздовжньої координати 31
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0107.pdf

Нагірний Тарас, Червінка Костянтин: Про вплив обробки поверхні на напружено-деформований стан тонких плівок 33
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0108.pdf

Махоркін Микола, Махоркін Ігор: Визначення сингулярностей напружень в анізотропному композитному клині за поздовжнього зсуву 35
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0109.pdf

Бардин Тетяна, Дробенко Богдан: Комп'ютерне моделювання процесів деформування біметалевих контактних термоперетворювачів 37
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0110.pdf

Богданов В'ячеслав, Назаренко Володимир, Кіпніс Олександр: Руйнування кусково-однорідної півплощини при стисканні вздовж тріщини, не розташованої на межі поділу середовищ 124
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0406.pdf

Саврук Михайло, Кравець Володимир, Онишко Любов, Кваснюк Олексій: Коефіцієнти інтенсивності напружень для криволінійної тріщини в кусково-однорідному анізотропному тілі за антиплоскої деформації 125
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0407.pdf

Богданова Ольга, Дудик Михайло, Камінський Анатолій, Решітник Юлія: Модель повороту міжфазної тріщини у квазікрихкий матеріал біматеріального тіла у кутовій точці ламаної межі поділу 127
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0408.pdf

Дудик Михайло, Поліщук Тетяна: Модель зони передруйнування біля кутової точки міжфазної зсувної тріщини 129
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0409.pdf

Пастернак Ярослав, Сулим Георгій: Інтегральні рівняння двовимірних задач термомагнітоелектропружності біматеріальних тіл за неідеального термомеханічного контакту складових 130
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0410.pdf

Sylovanyuk Victor, Filipov Maksym: Torsional crack healing in a nonhomogeneous cylinder 131
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0411.pdf

Архипенко Костянтин, Кривий Олександр: Змішана задача про міжфазні включення в анізотропній неоднорідній площині 133
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0412.pdf

Кривий Олександр, Морозов Юрій: Міжфазне кільцеве включення за умов повного зчеплення з кусково-однорідним трансверсально-ізотропним простором 135
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0413.pdf

Пономаренко Олександр: Напруження в безмежній тонкій пластині з круговим включенням і круговим отвором 137
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0414.pdf

Васільєв Кирил, Сулим Георгій: Поздовжній зсув тонкого тришарового анізотропного стрічкового включення 139
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0415.pdf

Даляк Тарас, Маковійчук Микола: Згин пологої циліндричної оболонки з поперечними тріщиною та щілиною 140
http://iapmm.lviv.ua/mpmns2024/materials/mpmns2024_S0416.pdf

МОДЕЛЬ ПОВОРОТУ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ У КВАЗІКРИХКИЙ МАТЕРІАЛ БІМАТЕРІАЛЬНОГО ТІЛА У КУТОВІЙ ТОЧЦІ ЛАМАНОЇ МЕЖІ ПОДІЛУ

Ольга Богданова[1], Михайло Дудик[2], Анатолій Камінський[1], Юлія Решітник[2]

[1]Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України, м. Київ, o.bogdanova@i.ua, dfm11@ukr.net,
[2]Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, м. Умань, dudik_m@hotmail.com, dikhtiarenko_iu@udpu.edu.ua

В умовах плоскої деформації розглядається початковий етап повороту міжфазної тріщини у кутовій точці ламаної межі розділу двох різних однорідних ізотропних матеріалів, який полягає в утворенні маломасштабної зони передруйнування у менш тріщиностійкому матеріалі з квазікрихким характером руйнування. Зона передруйнування моделюється лінією розриву переміщення довжини l (рис. 1), на якій виконується квадратичний критерій міцності типу Мізеса – Хілла $\left(\sigma_\theta / \sigma_1\right)^2 + \left(\tau_{r\theta} / \tau_1\right)^2 = 1$ з граничними значеннями σ_1 нормального і τ_1 дотичного напружень у квазікрихкому матеріалі в якості критеріальних параметрів. Зовнішнє навантаження враховується шляхом формулювання умови на нескінченості у формі вимоги зшивання шуканого розв'язку з асимптотикою відомого розв’язку аналогічної задачі без зони передруйнування [1, 2].

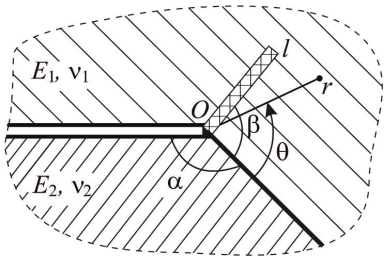


Рис. 1

За допомогою інтегрального перетворення Мелліна задачу про розрахунок параметрів зони передруйнування зведено до векторного функціонального рівняння відносно трансформант компонентів напружень і градієнтів переміщень. Для його розв'язання використано наближений метод [3], який базується на поетапному розщепленні вихідного рівняння на пару незалежних скалярних функціональних рівнянь, що розв’язуються за допомогою методу Вінера – Гопфа. Розщеплення векторного рівняння у нульовому наближенні здійснено завдяки нехтуванню недіагональними елементами його матричного коефіцієнта. Отриманий на цьому етапі розв'я-

зок використовувався у наступному наближенні шляхом заміни шуканих функцій при недіагональних компонентах матричного коефіцієнта вихідного рівняння, що також приводило до пари скалярних функціональних рівнянь з доступним подальшим розв'язанням.

Зі знайденого наближеного розв'язку функціонального рівняння задачі виведено замкнуту систему трансцендентних рівнянь і співвідношень для розрахунку довжини зони, фазового кута навантаження і величини дисипації енергії в зоні. З умови максимуму величини дисипації енергії визначався кут нахилу зони відносно межі розділу матеріалів.

Отримано вирази для швидкості вивільнення енергії в зоні та розкриття тріщини в її вершині, які забезпечують застосування енергетичного або деформаційного критеріїв оцінки граничних навантажень, що передують зрушенню тріщини у напрямку, визначеному орієнтацією зони передруйнування в момент зрушення. Здійснено числовий аналіз залежності параметрів зони передруйнування від величини навантаження, механічних характеристик з'єднаних матеріалів та кута зламу межі розділу матеріалів. Виявлено суттєвий вплив на досліджувані параметри фазового кута зовнішнього навантаження і відношення опору відриву до опору зсуву матеріалу, в якому розвивається зона передруйнування. Встановлено існування стрімкого переходу матеріалу від крихкого механізму руйнування до пластичного при зміні відношення опорів відриву і зсуву у достатньо вузькому інтервалі його значень. Підтверджено узгодженість розвинутої моделі з моделями зон передруйнування у матеріалах з пластичним [1] та крихким [2] характером руйнування для граничних випадків $\sigma_1 \gg \tau_1$ і $\sigma_1 \ll \tau_1$ відповідно.

1. *Dudyk M.V., Dikhtyarenko Yu.V.* Investigation of the influence of plasticity of materials on the strength of a composite joint // J. Math. Sci. – 2014. – **201**, №1. – P. 83-98.
2. *Dudyk M.V., Dikhtyarenko Yu.V.* Investigation of the initial stage of kinking of an interface crack at an angular point of the interface of two media // Mater. Sci. – 2012. – **47**, № 5. – P. 627-635.
3. *Kaminsky A., Dudyk M., Reshitnyk Yu., Chornoivan Yu.* An analytical method of modeling the process zone near the tip of an interface crack due to its kinking from the interface of quasi-elastic materials // Int. J. Solids Struct. – 2023. – **267**. – 112117.

MODEL OF INTERFACE CRACK KINKING INTO A QUASI-BRITTLE MATERIAL OF A BI-MATERIAL BODY AT THE CORNER POINT OF A BROKEN INTERFACE

A mathematical model of the process zone, which under plane strain conditions is formed in a material with a quasi-brittle fracture mechanism near the tip of an interfacial crack at the corner point of a broken interface, has been developed. The process zone is modeled by the displacement discontinuity line, on which the Mises–Hill strength condition is satisfied. The equation for calculating the length and orientation of the process zone, the phase angle of stresses and the amount of energy dissipation in the zone is derived.